**LIMITES DE UNA FUNCION**

**Definición de límite de una función**

Sea *f* una función definida en todo número de algún intervalo abierto *I* que contiene a *a* excepto posiblemente en el número *a* mismo. El límite de *f*(*x*) cuando *x* se aproxima a *a* es *L*, lo cual se escribe como https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23918.gifhttps://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23919.gif, si para cualquier https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23920.gif, no importa que tan pequeña sea, existe una https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23921.gif tal que si https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23922.gif entonces https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23923.gif

Esta definición indica que los valores de *f*(*x*) se aproximan al límite *L* conforme *x* se aproxima al número *a*, si el valor absoluto de la diferencia https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23924.gif puede hacerse tan pequeña como de desee tomando *x* suficientemente cerca de *a* pero no igual a *a*.

En la definición no se menciona nada acerca del valor de *f*(*x*) cuando *x* = *a*; recordemos que la función no necesita estar definida en *a* para que https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23925.gifexista.

**Propiedades de los limites**

Las **propiedades de los límites** son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una [función](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones/) más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina **álgebra de los límites**.

Sean *f(x)* y *g(x)* dos [funciones](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones/) definidas en un mismo intervalo en donde está el valor *a* del límite y *k* una constante.

* **Unicidad del límite**: cuando el límite existe, el límite es único.

Fórmula de la unicidad de un límite

* **Propiedad de la suma**: el límite de la suma es la suma de los límites.

Fórmula de la propiedad de la suma de los límites

* **Propiedad de la resta**: el límite de la resta es la resta de los límites.

Fórmula de la propiedad de la resta de los límites

* **Propiedad del producto**: el límite del producto es el producto de los límites.

Fórmula de la propiedad del producto de los límites

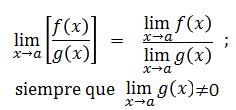
* **Propiedad de la función constante**: el límite de una [función constante](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funcion-constante/) es esta misma constante.

Fórmula de la función constante de los límites

* **Propiedad del factor constante**: en un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.

Fórmula de la propiedad del factor constante de los límites

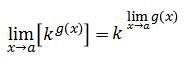
* **Propiedad del cociente**: el límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.



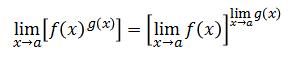
* **Propiedad de la función potencial**: el límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente:

Fórmula de la propiedad de una función potencial de los límites

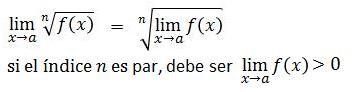
* **Propiedad de la función exponencial**: el límite de una función exponencial es la potencia de la base elevada al límite de la función exponente:



* **Propiedad de la función potencial exponencial**: el límite de una función potencial exponencial, es la potencia de los límites de las dos funciones:



* **Propiedad de la raíz**: el límite de una raíz, es la raíz del límite:



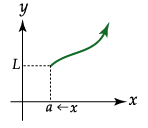
* **Propiedad de la función logarítmica**: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

Fórmula de la propiedad de una función logarítmica de los límites

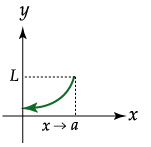
**Definición de limites laterales o unilaterales**

* **Definición de limite por la derecha:**

Se dice que $\displaystyle {\lim_{x \rightarrow{a^{+}}}{f(x)}=L}$ si y solo si para cada $\varepsilon >0$ existe ![$\delta
>0$](data:image/gif;base64,R0lGODlhIQAYALMAAAAAAKioqJycnJCQkISEhHh4eGxsbGBgYFRUVEhISDw8PDAwMCQkJBgYGAwMDLOzsyH5BAEAAA8ALAAAAAAhABgAQAR78MlJq70XIQmwDEdiOVPnnSjmECnGBE9StM8B03h+Dk1y66eCYlMRHBACjIBRoqwemgsIiWnACiKgdsvtemlWAzHHcxguBWtF87sMFpKBYj0QkKSapMX04D8cSQENHgF5FnAPAoMTBA0AC22JbCcHAAA+X5mam5ydnigRADs=)tal que si $0<x-a<\delta$entonces $\vert f(x)-L\vert<\varepsilon \;\; L$es el límite por la derecha de $f(x)$en “*a*”

****

* **Definición de limite por la izquierda:**

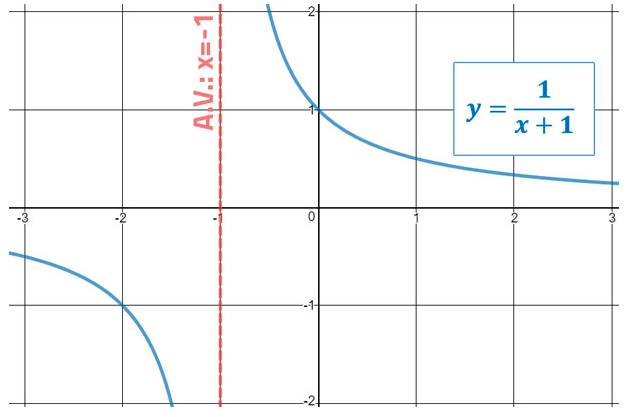
Se dice que $\displaystyle {\lim_{x \rightarrow{a^{-}}}{f(x)}=R}$ si y solo si para cada $\varepsilon >0$ existe ![$\delta
>0$](data:image/gif;base64,R0lGODlhIQAYALMAAAAAAKioqJycnJCQkISEhHh4eGxsbGBgYFRUVEhISDw8PDAwMCQkJBgYGAwMDLOzsyH5BAEAAA8ALAAAAAAhABgAQAR78MlJq70XIQmwDEdiOVPnnSjmECnGBE9StM8B03h+Dk1y66eCYlMRHBACjIBRoqwemgsIiWnACiKgdsvtemlWAzHHcxguBWtF87sMFpKBYj0QkKSapMX04D8cSQENHgF5FnAPAoMTBA0AC22JbCcHAAA+X5mam5ydnigRADs=) tal que si$0<a-x<\delta$ entonces  es el límite por la izquierda de $f(x)$en "a"

**Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas**

#### **Asíntotas Verticales (A.V.)**

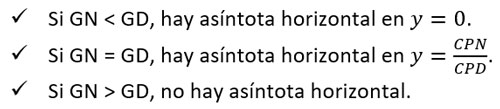
Para encontrar las asíntotas verticales,**igualamos el denominador a cero**, y encontramos las soluciones o ceros.  En el video que viene líneas abajo, veremos a detalle como encontrar las asíntotas verticales.

Aquí viene la gráfica de una función con asíntota vertical.



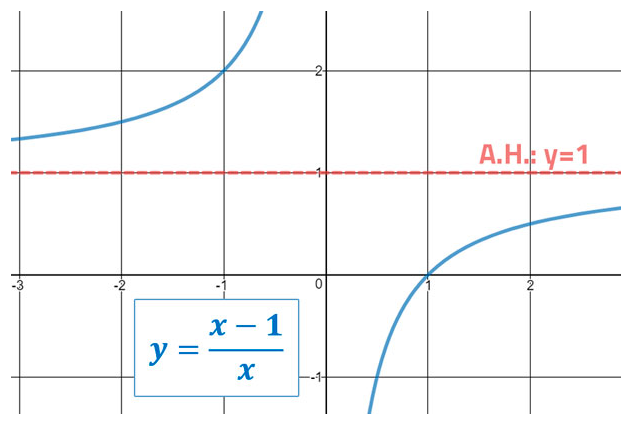
#### **Asíntotas Horizontales (A.H.)**

Para encontrar las asíntotas horizontales, necesitamos comparar el grado del numerador(GN) y con el grado del denominador (GD).

[](https://matemovil.com/wp-content/uploads/2017/11/funci%C3%B3n-racional-as%C3%ADntotas-horizontales.jpg)

Donde, CPN es el coeficiente principal del numerador; y CPD es el coeficiente principal del denominador.

Aquí viene la gráfica de una función con asíntota horizontal.

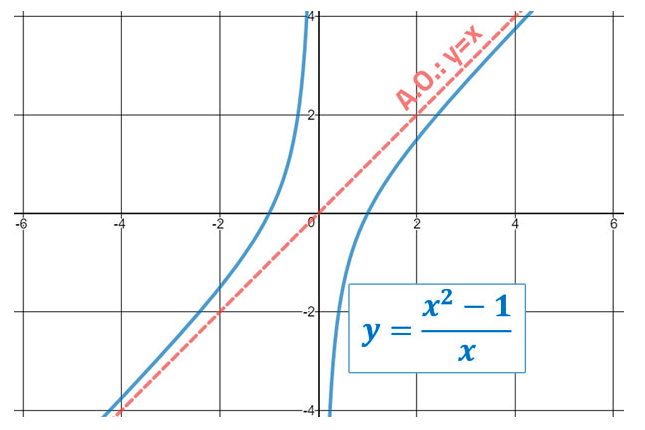


#### **Asíntotas Oblicuas (A.O.)**

Solo hay asíntota oblicua o diagonal, si es que **no hay asíntotas horizontales y  GN – GD = 1.**

La **asíntota oblicua** es el cociente de la**división entre P(x) y Q(x).**

Veamos la gráfica de una función con asíntota oblicua:



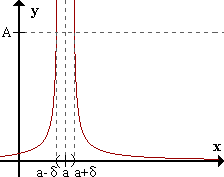
**Limites infinitos y asíntotas verticales**

**Caso 1:**

limx->af(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe δ > 0 / para todo x perteneciente al E\*a,δ f(x) > A.

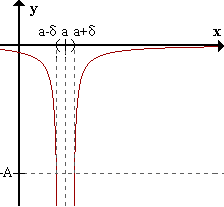
El límite de f(x) cuando x->a es infinito positivo, si para cualquier número positivo A (tan grande como se quiera), podemos encontrar un número δ tal que, para todos los x dentro del entorno reducido de a de radio δ se cumple que f(x) es mayor que A.

En otras palabras, si para cualquier número positivo A que consideremos, existe un entorno reducido de a donde la función vale más que A, quiere decir que f(x) puede hacerse mayor que cualquier número, con tal de que x se acerque lo suficiente a a. Por eso se dice que el límite de f(x) cuando x tiende a a es +inf.



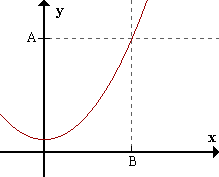
**Caso 2:**

limx->af(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe δ > 0 / para todo x perteneciente al E\*a,δ f(x) < -A.



**Caso 3:**

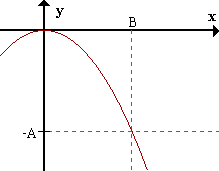
limx->+inff(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) > A.



Para cualquier número positivo A (por grande que sea), es posible encontrar un número positivo B tal que para todos los x mayores que B, f(x) es mayor que A. Es decir que f(x) puede ser mayor que cualquier número, si x es lo suficientemente grande.

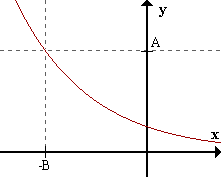
**Caso 4:**

limx->+inff(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) < -A.



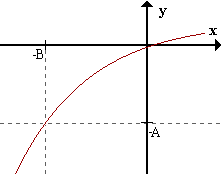
**Caso 5:**

limx->-inff(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) > A.



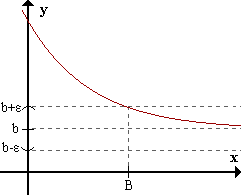
**Caso 6:**

limx->-inff(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) < -A.



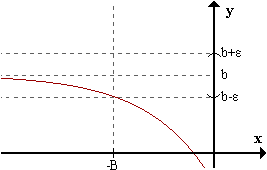
**Caso 7:**

limx->+inff(x) = b <=> para todo ε > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) pertenece al Eb,ε.



**Caso 8:**

limx->-inff(x) = b <=> para todo ε > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) pertenece al Eb,ε.



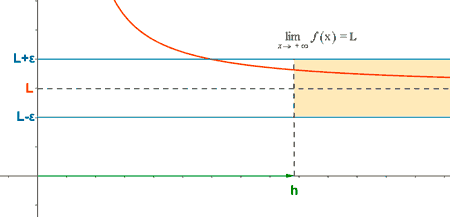
**Límites al infinito y asíntotas horizontales**

El límite de una función   f(x)   cuando   x   tiende a   + ∞ ,  es un número real   L   cuando para valores muy grandes de   x   los valores de la función se aproximan al número   L .

De manera más precisa, diremos que la función   f(x)   tiene por límite   L   cuando   x → +∞   y lo representamos por:

definicion limite

si dado un   ε > 0   existe un   h   tal que si   x > h   entonces   | f(x) - L | < ε .



La función   f   tiene una asíntota horizontal en  y = L .

